Подготовка к РК2

Билет содержит 1 теоретический вопрос и 3 задачи: по булевым функциям, по исчислению высказываний и по исчислению предикатов. Каждая позиция билета оценивается в 9 баллов, но зачет не может быть поставлен без ответа на теоретический вопрос. Минимум – 23 балла.

# Перечень теоретических вопросов

1. Определение исчисления высказываний в форме теории L (алфавит, формулы, аксиомы, правила вывода). Доказать в теории L: ├

2. Доказать теорему дедукции для исчисления высказываний.

3. Доказать непротиворечивость теории L (исчисления высказываний)

4. Доказать лемму Кальмара: ├, где - набор значений переменных формулы 

5. Доказать, что теоремами теории L являются все тавтологии и только они (лемму Кальмара можно не доказывать)

6. Доказать следующие эквивалентности в теории L:



7. Доказать следующие эквивалентности в теории L:



8. В теории L доказать свойства дизъюнкции и конъюнкции.

9. Записать аксиомы и правила вывода исчисления предикатов 1-го порядка. Дать определение интерпретации, выполнимости и истинности формулы в заданной интерпретации; логической общезначимости. Что означает, что терм свободен для переменной в формуле? Привести пример.

# Типы задач

1) *Булевы функции*

1. Для булевой функции f = {0, 1, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 14, 15} найти кратчайшие ДНФ и выбрать из них минимальные.

2. Выяснить, полно ли множество булевых функций {f=(1001 0110), g=(0000 0001)}. Если полна, записать формулу над {f, g} для конъюнкции и отрицания. Иначе дополнить множество функцией, существенно зависящей от трех переменных и записать формулы для конъюнкции и отрицания над полученным множеством.

2) *Исчисление высказываний*

1. Доказать в теории L: 

2. Доказать методом резолюций: A & (B **∨** C) ≡ (A & B) **∨** (A & C)

3) *Исчисление предикатов*

1. На языке исчисления предикатов записать утверждение: «всякий, кто не танцует на туго натянутом канате и не ест пирожков за один пенс, стар; но у некоторых стариков есть молодые друзья».

2. Доказать логическую общезначимость формулы (эквивалентности): , где *A* – произвольная формула.

**Замечание**. В исчислении предикатов эквивалентность формул и означает не просто их выводимость друг из друга, но доказуемость конъюнкции , так как в этой теории, в отличие от исчисления высказываний, из выводимости ├вообще говоря не следует доказуемость импликации .